

MATEMATIKA 3

Deret Fourier

-Irma Wulandari-



Fungsi Periodik (1)

Suatu fungsi $f(t)$ dikatakan mempunyai periode p atau periodik dengan periode t jika untuk setiap t berlaku $f(t+p)=f(t)$, dimana p =konstanta positif.

Nilai positif terkecil p dinamakan periode terkecil atau disingkat periode $f(t)$.



Fungsi Periodik (2)

Contoh :

- Fungsi $\sin x$ mempunyai periode 2π , 4π , 6π ,... karena $\sin(x+2\pi)$, $\sin(x+4\pi)$, $\sin(x+6\pi)$,... sama dengan $\sin x$.

2π merupakan periode terkecil atau periode $\sin x$.

- Periode fungsi $\sin nx$ atau $\cos nx$, dimana n =bilangan bulat positif, adalah $2\pi/n$.
- Periode $\tan x$ adalah π .



Deret Fourier (1)

Misalkan $f(t)$ didefinisikan pada selang $(-L, L)$, periodik dengan periode $2L$, kontinu bagian demi bagian, maka :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos \frac{\pi n t}{L} + b_n \cdot \sin \frac{\pi n t}{L} \right) \quad (1)$$



Deret Fourier (2)

- Dimana masing-masing koefisien Fourier:

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \cos \frac{n\pi t}{L} dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \sin \frac{n\pi t}{L} dt$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$



Deret Fourier (3)

- Jika $f(t)$ mempunyai periode $2L$, maka :

$$a_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(t) \cdot \cos \frac{\pi n t}{L} dt$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(t) \cdot \sin \frac{\pi n t}{L} dt$$

(3)

dimana : $c =$ bilangan riil



Syarat Dirichlet (1)

Andaikan bahwa :

- $f(t)$ terdefinisi dan bernilai tunggal, kecuali mungkin di sejumlah berhingga titik pada $(-L, L)$
- $f(t)$ periodik di luar $(-L, L)$ dengan periode $2L$
- $f(t)$ dan $f'(t)$ kontinu bagian demi bagian pada $(-L, L)$



Syarat Dirichlet (2)

Maka deret (1) dengan koefisien (2) atau (3) konvergen ke :

(a) $f(t)$, jika t adalah suatu titik kekontinuannya.

(b)
$$\frac{f(t+0) + f(t-0)}{2}$$

jika t adalah suatu titik ketakkontinuannya.



Fungsi Ganjil dan Genap (1)

- Fungsi $f(t)$ dinamakan ganjil jika $f(-t) = -f(t)$

Contoh : t^3 ; t^5-3t^3+2t ; $\sin t$; $\tan 3t$

- Fungsi $f(t)$ dinamakan genap jika $f(-t) = f(t)$

Contoh : t^4 ; $2t^6-4t^2+5$; $\cos t$; e^t+e^{-t}



Fungsi Ganjil dan Genap (2)

- Dalam deret Fourier yang berkaitan dengan suatu fungsi ganjil, hanya suku-suku sinus yang dapat disajikan.
- Dalam deret Fourier yang berkaitan dengan suatu fungsi genap, hanya suku-suku cosinus yang dapat disajikan.



Deret Fourier Sinus atau Cosinus Separuh Jangkauan

Adalah suatu deret dimana yang disajikan hanya suku-suku sinus atau suku-suku cosinus.

- Untuk separuh jangkauan deret sinus

$$a_n = 0; b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

- Untuk separuh jangkauan derat cosinus

$$b_n = 0; a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cdot \cos \frac{n\pi x}{L} dx$$



Latihan Soal (1)

1. Gambar dan cari periode fungsi berikut :

a.
$$f(t) = \begin{cases} -t; & -4 \leq t < 0 \\ t; & 0 \leq t < 4 \end{cases}$$

b.
$$f(t) = \begin{cases} 0; & 0 \leq t < 2 \\ 1; & 2 \leq t < 4 \\ 0; & 4 \leq t < 6 \end{cases}$$

2. Tentukan periode dari $f(t) = \tan x + \sin^2 x$



Latihan Soal (2)

Selidiki apakah fungsi berikut genap, ganjil atau tidak keduanya

1.
$$f(t) = \begin{cases} 3; 0 < t < 5 \\ -3; -5 < t < 0 \end{cases}$$

