

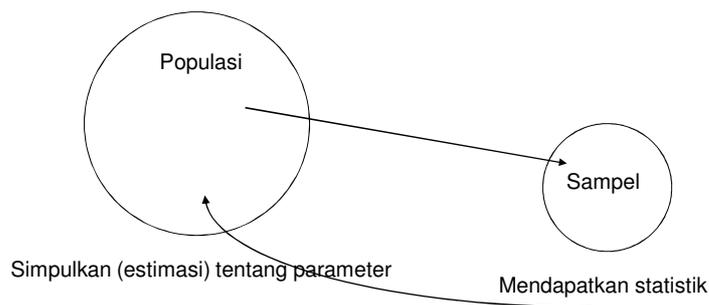


Confidence Interval

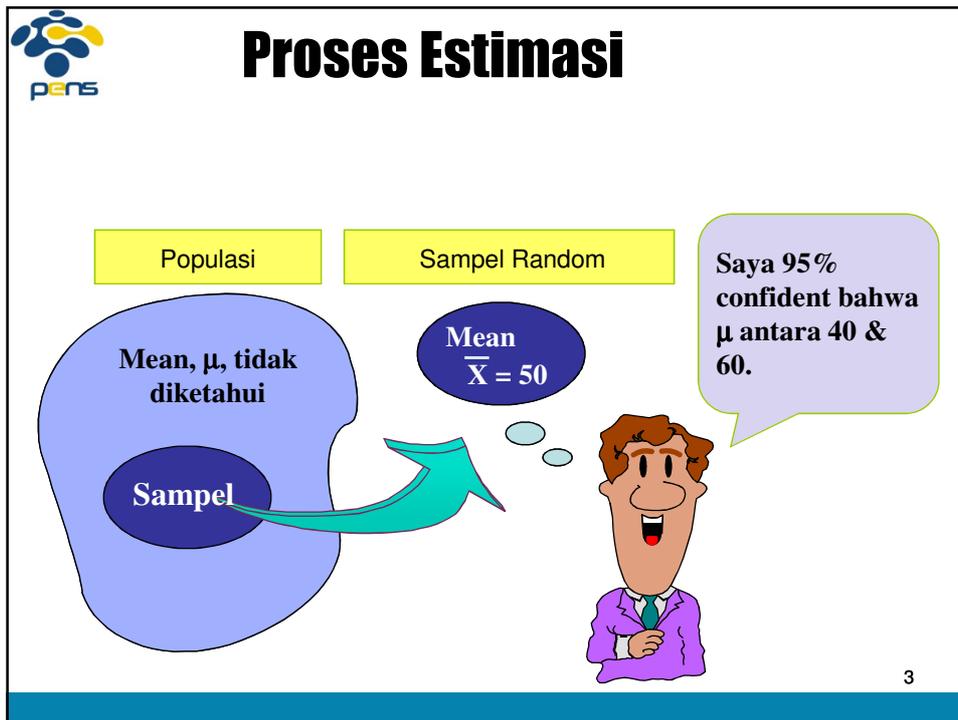
Arna Fariza



Statistika Inferensial



Estimasi: estimasi titik, estimasi interval, uji hipotesa



CARA MENDUGA HARGA PARAMETER

Harga parameter dapat diestimasi/ diduga dengan dua cara, yakni :

1. Point estimation (Pendugaan Titik)
2. Interval estimation (Pendugaan Interval).

1. **Point estimation (Pendugaan Titik)**
adalah suatu nilai (suatu titik) yang digunakan untuk menduga suatu parameter populasi.
2. **Interval estimation (Pendugaan Interval)**
adalah suatu interval yang menyatakan selang dimana suatu parameter populasi mungkin berada



Point Estimation

Estimasi Parameter Populasi ...		Dengan statistik Sample
Mean	μ	\bar{X}
Proporsi	p	P_s
Varian	σ^2	S^2
Difference	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

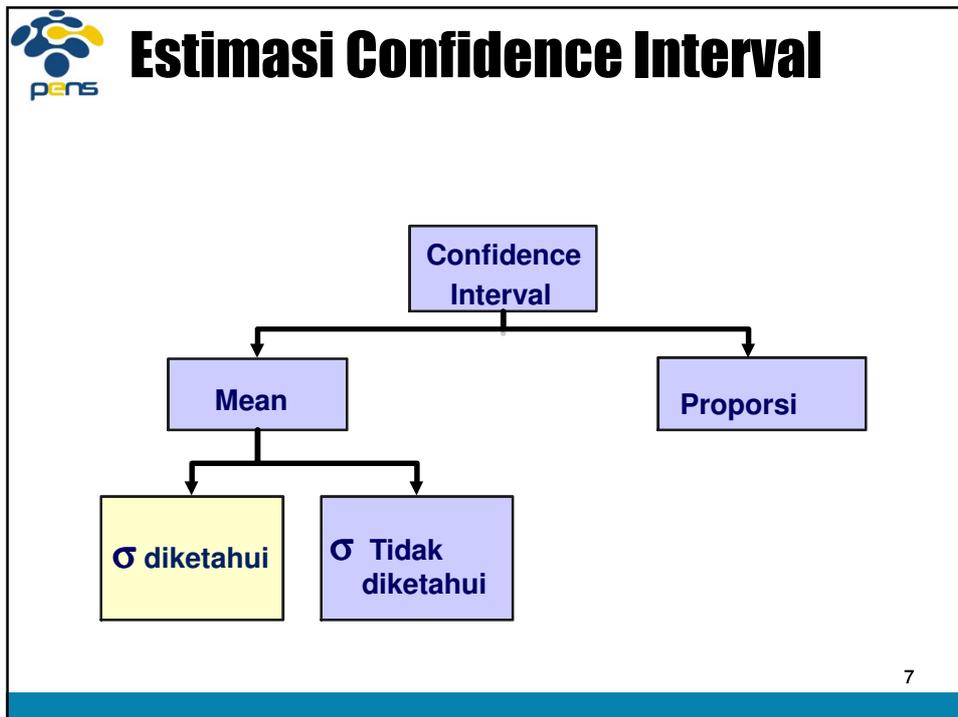
5



Interval Estimation

- Berupa nilai jangkauan
 - Memberikan variasi pertimbangan dalam statistik sampel dari sampel ke sampel
 - Berdasarkan observasi dari 1 sampel
 - Memberikan informasi tentang kedekatan parameter populasi yang tidak diketahui
 - Dikondisikan dalam level confidence
 - Tidak pernah 100% percaya

6



 **Confidence Interval untuk μ
(σ diketahui)**

- Asumsi
 - Standar deviasi populasi diketahui
 - Populasi berdistribusi normal
 - Jika populasi tidak normal, gunakan sampel yang besar
 - Estimasi Confidence interval

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

8



Elemen Estimasi Confidence Interval

- Level confidence (Tingkat kepercayaan)
 - Kepercayaan dalam interval yang berisi parameter populasi tak diketahui
- Presisi (jangkauan)
 - Kedekatan pada parameter yang tidak diketahui
- Biaya
 - Biaya digunakan untuk menentukan ukuran sampel

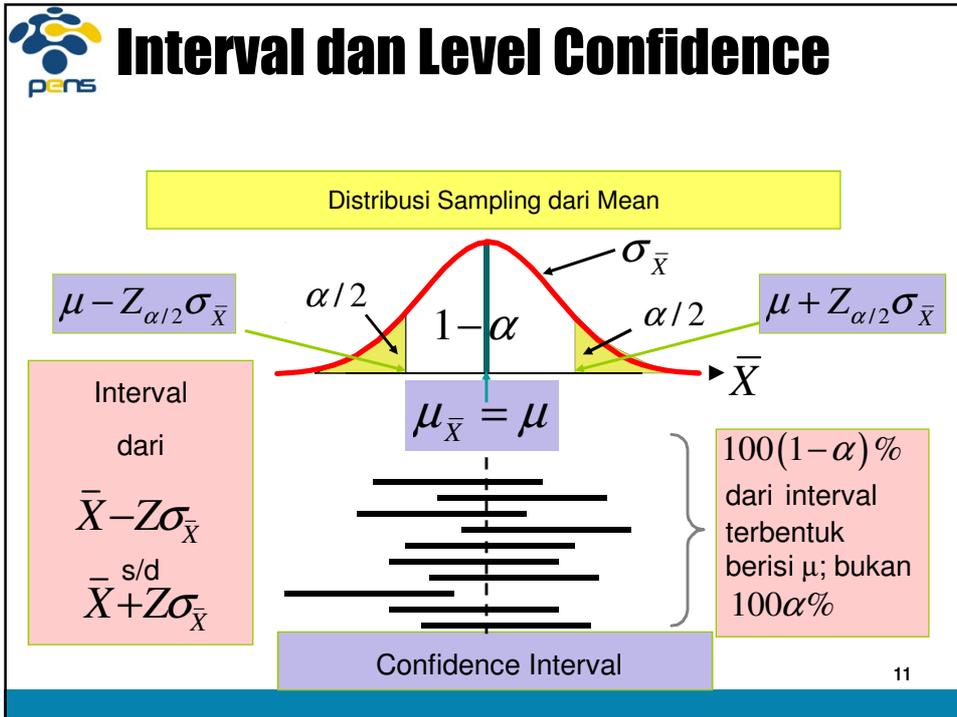
9



Level Confidence

- Ditentukan dengan $100(1 - \alpha)\%$
 Artinya :
$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 100(1 - \alpha)\%$$
- Interpretasi frekuensi relatif
 - Dalam proses yang lama, $100(1 - \alpha)\%$ dari semua confidence interval yang dapat dibangun akan berisi parameter yang tidak diketahui
- Interval tertentu baik yang berisi parameter maupun yang tidak berisi parameter
 - Tidak ada probabilitas yang terlibat dalam interval tertentu

10



Faktor yang Mempengaruhi Besar Interval (Presisi)

- Variasi Data
 - Diukur dengan
- Ukuran sampel σ
 - $$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
- Level confidence
 - $100(1-\alpha)\%$

Interval dari $\bar{X} - Z\sigma_{\bar{X}}$ s/d $\bar{X} + Z\sigma_{\bar{X}}$

© 1984-1994 TMaker Co.

12



Nilai Confidence Interval

- Confidence Interval 99%, $Z = \pm 2.575$
- Confidence Interval 95%, $Z = \pm 1.96$
- Confidence Interval 90%, $Z = \pm 1.645$
- Confidence Interval 80%, $Z = \pm 1.28$
- Margin Error

$$E = Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

13



Contoh 1

- Waktu servis drive-through restoran Burger King dihitung secara random dari 52 konsumen. Waktu layanan rata-rata 181.3 detik dan standar deviasi 82.2 detik. Berapa estimasi mean populasi untuk tingkat kepercayaan 95%?
- Penyelesaian :

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \left(\frac{82.2}{\sqrt{52}} \right) = 22.34$$

$$181.3 - 22.34 \leq \mu \leq 181.3 + 22.34$$

$$158.96 \leq \mu \leq 203.64$$

14



Contoh 2

- Waktu servis drive-through restoran Burger King dihitung secara random dari 52 konsumen. Waktu layanan rata-rata 181.3 detik dan standar deviasi 82.2 detik. Berapa estimasi mean populasi untuk tingkat kepercayaan 99%?
- Penyelesaian :

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \left(\frac{82.2}{\sqrt{52}} \right) = 29.35$$

$$181.3 - 29.35 \leq \mu \leq 181.3 + 29.35$$

$$151.95 \leq \mu \leq 210.65$$

15



Menentukan Ukuran Sampel (Biaya)

Terlalu Besar:

- Membutuhkan terlalu banyak sumber daya



Terlalu kecil:

- Tidak dapat mengerjakan pekerjaan

16



Menentukan Ukuran Sampel Untuk Mean

Berapa ukuran sampel diperlukan mencapai kepercayaan 90% kebenaran dalam ± 5 ? Misalnya standard deviasi 45.

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{\text{Error}^2} = \frac{1.645^2 (45^2)}{5^2} = 219.2 \cong 220$$

Pembulatan

17



Bila Standar Deviasi Populasi Tidak Diketahui

- Jika standar deviasi dari populasi diketahui atau $n \geq 30$, maka digunakan tabel normal untuk membentuk confidence interval dari mean populasi
- Bila $n < 30$, gunakan distribusi-t (atau t-table) untuk membentuk confidence interval dari mean populasi

18



Confidence Interval untuk μ [σ Tidak diketahui]

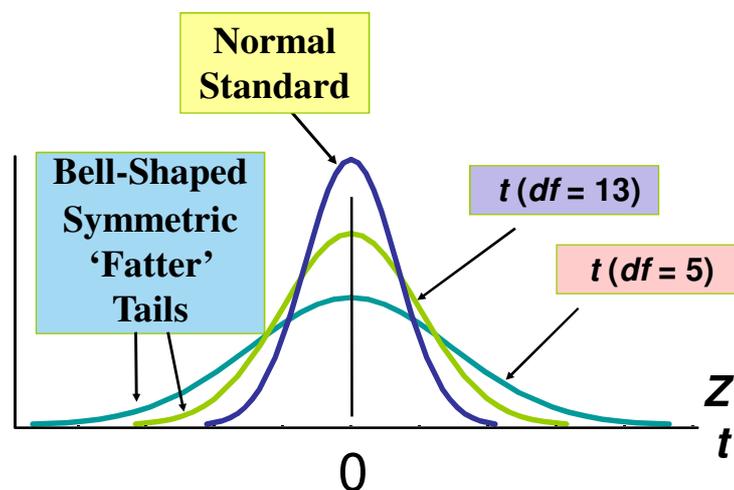
- Asumsi
 - Standar deviasi populasi tidak diketahui
 - Populasi berdistribusi normal
 - Jika populasi tidak normal, gunakan sampel besar
- Gunakan distribusi Student's t
- Estimasi Confidence Interval

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

19



Distribusi Student's t



20



Tingkat Kebebasan (df)

- Jumlah observasi yang bernilai bebas setelah mean dihitung
- Contoh
 - Mean dari 3 nilai adalah 2

Tingkat kebebasan
 $= n - 1$
 $= 3 - 1$
 $= 2$

$$X_1 = 1 \text{ (atau sembarang)}$$

$$X_2 = 2 \text{ (atau sembarang)}$$

$$X_3 = 3 \text{ (tidak dapat berubah)}$$



21

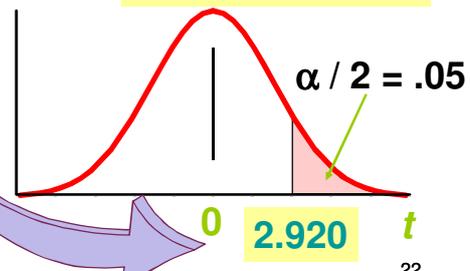


Tabel Student's t

Area Atas belakang			
df	.25	.10	.05
1	1.000	3.078	6.314
2	0.817	1.886	2.920
3	0.765	1.638	2.353

Nilai t

Mis: $n = 3$
 $df = n - 1 = 2$
 $\alpha = .10$
 $\alpha/2 = .05$



22



Contoh 1

Sampel random $N=25$ mempunyai $\bar{X}=50$ dan $S=8$.
Tentukan estimasi confidence interval 95% untuk μ

$$\begin{aligned}\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} &\leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \\ 50 - 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}} &\leq \mu \leq 50 + 2.0639 \frac{8}{\sqrt{25}} \\ 46.69 &\leq \mu \leq 53.30\end{aligned}$$



Microsoft Excel
Worksheet

23



Contoh 2

- Dalam penilaian mata kuliah statistik diambil 16 nilai mahasiswa dengan rata-rata sampel 8.33 dan standar deviasi 2. Berapa estimasi mean populasi untuk tingkat kepercayaan 95%
- Penyelesaian :

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$E = t_{15} \frac{S}{\sqrt{n}} = (2.132) \left(\frac{2}{\sqrt{16}} \right) = 1.07$$

$$8.33 - 1.07 \leq \mu \leq 8.33 + 1.07$$

$$7.26 \leq \mu \leq 9.40$$

24



Estimasi Confidence Interval untuk Proporsi

- Asumsi
 - Kemunculan dua kategori
 - Populasi mengikuti distribusi binomial
 - Perkiraan normal dapat digunakan jika $np \geq 5$ dan $n(1-p) \geq 5$
 - Estimasi Confidence interval

$$p_s - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

- Margin Error :

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

25



Contoh 1

- Hasil survey kelas 2 TI adalah sebagai berikut:
 - Apakah anda menggunakan internet untuk membeli lagu CD? Ya=4, Tidak=34, Total=38
 - Apakah anda menggunakan internet untuk download musik? Ya=32, Tidak=6, Total=38
 - Apakah anda menggunakan internet untuk membeli buku? Ya=6, Tidak=32, Total=38
- Berapa mean populasi untuk tingkat kepercayaan 95%?

26



- 95% proporsi mahasiswa yang menggunakan internet untuk membeli CD musik :

- Data : Ya=4, Tidak=34, Total=38

$$p_s - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

$$E = 1.96 \sqrt{\frac{(4/38)(1-4/38)}{38}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.105(0.895)}{38}} = 0.97$$

$$0.105 - 0.97 \leq p \leq 0.105 + 0.97$$

$$0.008 \leq p \leq 0.202$$

27



- 95% proporsi mahasiswa yang menggunakan internet untuk download musik :

- Data : Ya=32, Tidak=6, Total=38

$$E = 1.96 \sqrt{\frac{(32/38)(1-32/38)}{38}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.842(0.158)}{38}} = 0.116$$

$$0.84 - 0.116 \leq p \leq 0.84 + 0.116$$

$$0.726 \leq p \leq 0.958$$

28



- 95% proporsi mahasiswa yang menggunakan internet untuk membeli buku :

- Data : Ya=6, Tidak=32, Total=38

$$E = 1.96 \sqrt{\frac{(6/38)(1-6/38)}{38}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.158(0.842)}{38}} = 0.116$$

$$0.158 - 0.116 \leq p \leq 0.158 + 0.116$$

$$0.042 \leq p \leq 0.274$$

29



Contoh 2

Sampel random dari 400 pemilih menunjukkan 32 pemilih memilih Kandidat A. Tentukan estimasi confidence interval 95% untuk p .

$$p_s - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

$$.08 - 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}} \leq p \leq .08 + 1.96 \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}}$$

$$.053 \leq p \leq .107$$



Microsoft Excel
Worksheet

30

 **Menentukan Ukuran Sampel untuk Proporsi**

Dari 1000 populasi, dipilih 100 secara random yang rusak. Berapa ukuran sampel yang dibutuhkan untuk confidence 90% dalam $\pm 5\%$?

$$n = \frac{Z^2 p(1-p)}{\text{Error}^2} = \frac{1.645^2 (0.3)(0.7)}{0.05^2}$$

$$= 227.3 \cong 228$$

 Microsoft Excel Worksheet

Pembulatan

31

 **SOAL LATIHAN**

- 144 karyawan perusahaan yang dipilih secara acak ditanya mengenai besarnya pengeluaran per hari untuk biaya hidup. Ternyata rata - rata pengeluaran sebesar Rp. 20.000,- dengan simpangan baku yang diketahui sebesar Rp. 6.000,-. Hitunglah :
 - Pendugaan interval rata - rata pengeluaran dengan tk keyakinan 99%
 - Pendugaan interval rata - rata pengeluaran dengan tk keyakinan 90%
 - Interpretasikan hasil yang didapat
- Suatu biro riset ingin mengestimasi rata - rata pengeluaran untuk pembelian bahan makanan per minggu dari ibu - ibu rumah tangga. Sebuah sampel random yang terdiri atas 100 ibu rumah tangga telah dipilih dari populasi ibu rumah tangga. Dari 100 sampel diketahui bahwa rata - rata pengeluarannya adalah Rp. 9.600,- dengan deviasi standar Rp. 160,-. Hitunglah interval keyakinan 98 % dari kasus tersebut !
- Selama pengamatan triwulan pertama 2003, standar deviasi dari suku bunga deposito untuk waktu 12 bulan adalah 0,73%. Untuk melihat lebih lanjut dari pergerakan suku bunga, maka diambil sampel 60 bank dari 138 bank yang ada. Hasilnya, ternyata rata - rata suku bunga bank pada 60 bank adalah 7,72%. Buatlah selang kepercayaan untuk rata - rata populasi dengan tingkat kepercayaan 95% !
- Kebijakan PLN untuk menaikkan tarif 15% pertahun mengakibatkan dampak pada industri kecil dan menengah. Lembaga pengkajian CESS melakukan jajak pendapat mengenai dampak tersebut. Responden yang ditanyai ada 25 orang dari 930 orang anggota UKM yang dibina oleh CESS. Hasil kajian menunjukkan biaya produksi rata - rata meningkat 20%. Apabila standar deviasinya sebesar 8%, buatlah interval dugaannya dengan keyakinan sebesar 99% !



Latihan

5. Seorang manajer bank ingin menentukan rata-rata deposito bulanan per nasabah di bank tersebut. Untuk mengestimasi menggunakan tingkat kepercayaan (confidence interval). Berapa ukuran sampel yang harus diambil bila ia ingin yakin 99% dan kesalahannya tidak lebih dari 200 juta rupiah. Diasumsikan standar deviasi untuk deposito bulanan semua nasabah adalah 1 milyar rupiah
6. Seseorang ingin menyelidiki berapa proporsi sekretaris di seluruh perkantoran di Surabaya yang dilengkapi dengan komputer di ruang kerjanya. Ia akan menjawab pertanyaan ini dengan melakukan survey acak. Berapa ukuran sampel yang harus diambil apabila ia ingin yakin 95% dan error tidak lebih dari 0.05? Anggap bahwa proporsi aktual tidak diketahui sebelumnya (asumsi $p=0.5$)